## Реферат на тему: «Разностная аппроксимация для краевой задачи».

# Подготовил Михайлов Денис

Группы Б8117-02.03.01

Введение.

В данном реферате будет представлено решение краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка конечно-разностным методом. Цель заключается в предоставлении наглядного примера использования конечно-разностных аппроксимаций для решения краевой задачи.

Идея метода в том, чтобы свести решение краевой задачи для дифференциального уравнения к решению системы алгебраических уравнений относительно значений искомой функции на заданном множестве точек. Это достигается путем замены производных, входящих в дифференциальное уравнение, их конечно-разностными аппроксимациями.

Формулировка задачи и описание метода.

Рассмотрим краевую задачу для уравнения второго порядка, разрешенного относительно второй производной:

При заданных граничных условиях на отрезке :

Разобьем отрезок на равных частей точками . Решение краевой задачи сведем к вычислению сеточной функции в узловых точках . Для этого напишем уравнение (1) для внутренних узлов:

Заменим производные, входящие в эти выражения их конечно-разностными аппроксимациями:

Подставляя эти выражения в (3), получаем систему разностных уравнений:

Являющуюся системой алгебраических уравнений относительно значений сеточной функции . Входящие в данную систему и берутся из граничных условий :

Граничные условия могут быть заданы не только в виде (2), но и в более общем виде:

В этом случае граничные условия должны представляться в разностном виде путем аппроксимации производных и с помощью конечно-разностных соотношений. Если использовать центральные разности, при которых производные аппроксимируются со вторым порядком точности (такой вид аппроксимаций предпочтительнее, чем аппроксимация производных при односторонних разностях, так как второй случай имеет первый порядок аппроксимации), то разностные граничные условия примут вид:

Аппроксимировать граничные условия со вторым порядком можно и иначе:

Таким образом, решение краевой задачи для дифференциального уравнения сведено к решению системы алгебраических уравнений вида . Эта система является линейной или нелинейной в зависимости от того, линейно или нелинейно дифференциальное уравнение . Методы решения данной системы: метод прогонки, метод Гаусса и др.

# Пример.

Дана следующая задача:

С краевыми условиями:

Где

Решим краевую задачу с помощью трёхточечной разностной схемы:

Где:

Коэффициенты уравнения:

Применим метод прогонки для решения полученной системы. Значения точного и приближенного решения представлены в таблице 1.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1 |
|  | 1 | 0.90909 | 0.83333 | 0.76923 | 0.71428 | 0.66667 | 0.625 | 0.58824 | 0.55556 | 0.52631 | 0.5 |
|  | 0.0911 | 0.0911 | 0.10636 | 0.13259 | 0.16712 | 0.20834 | 0.25536 | 0.30783 | 0.36579 | 0.42962 | 0.5 |

Таблица 1.